Expresiones algebraicas. Ecuaciones e inecuaciones con números enteros

Lenguaje coloquial y simbólico:

El lenguaje coloquial es el que se utiliza normalmente y está compuesto por palabras.
El lenguaje simbólico es utilizado por la matemática para expresar propiedades o fórmulas y está compuesto por números, letras, operaciones, relaciones, conectivos, etc.

Algunos ejemplos:

Lenguaje Coloquial	Lenguaje simbólico
Ocho es mayor que tres	$8 > 3$
	$-2 \leq 5$
La diferencia entre nueve y dos es siete	
	20:4=5
	$3^2 = 9$
	$(3+1)^2 = 16$
	$5^2 - 1 = 24$

También podemos simbolizar a los números con distintas letras, por ejemplo:

Lenguaje Coloquial	Lenguaje simbólico
La suma entre dos números es trece	a+b=13
El producto entre dos números es negativo	$a.b < 0$
La raíz cubica de un número es ocho	$\sqrt[3]{m} = 8$
	$(x+1)^2 = 81$
El anterior del cuadrado de un número es 36	
La cuarta parte de la diferencia entre un número y su doble es 28	

1) Traducir al leguaje simbólico y resolver:

a) La suma entre ocho y menos quince
b) La diferencia entre seis y catorce
c) El producto entre siete y el opuesto de cuatro
d) El cociente entre treinta y menos seis
e) El triple de la diferencia entre cinco y nueve
f) La suma entre la mitad de diez y menos doce
g) El cuadrado del anterior de catorce
h) El siguiente del doble de menos trece
i) El anterior de la cuarta parte de cien
j) El triple del siguiente de menos nueve
k) El doble del cubo de 4, aumentado en el triple de la raíz cúbica de -125.
l) La tercera parte de la raíz cuarta de 81, disminuida en la mitad de la raíz cuadrada de 144.
m) El quíntuplo de la diferencia entre el cuadrado de la raíz cúbica de 216 y la raíz cuadrada del cubo de 4.
n) El cuadrado de la suma de la raíz cuadrada de 25 y la raíz cúbica de 8.

2) Marcar con una cruz la expresión correcta:

La mitad del siguiente de un número	n+1:2	☐
	n:2 +1	☐
	(n+1):2	☐

La triple del anterior de un número	r-1.3	☐
	r.3 -1	☐
	(r-1).3	☐

El cuadrado del siguiente de un número	$2x + 1$	☐
	$(x + 1)^2$	☐
	$x^2 + 1$	☐

El anterior del quíntuplo del doble de un número	5c-1	☐
	5.(c -1)	☐
	1-5c	☐

3) Expresar en lenguaje coloquial:

a) $3(p + 1) \rightarrow$ ………………………………………………………………………
b) $m: 2 - 1 \rightarrow$ ………………………………………………………………………
c) $4t + 1 \rightarrow$ …………………………………………………………………………
d) $a + a + 1 \rightarrow$ ………………………………………………………………………
e) $h.(h - 1) \rightarrow$ ………………………………………………………………………
f) $s - s^2 \rightarrow$ …………………………………………………………………………

4) completar con el número que corresponda en cada caso:

a) $a + b = 6 \wedge a = -4 \Longrightarrow b =$………
b) $m - n = 0 \wedge m = -3 \Longrightarrow n =$………
c) $|r| = 8 \wedge r < 0 \Longrightarrow r =$………
d) $s.t = 0 \wedge s = -7 \Longrightarrow t =$………
e) $h^2 = 1 \wedge h < 0 \Longrightarrow h =$………
f) $d: e = -1 \wedge e = 5 \Longrightarrow d =$………

Expresiones algebraicas:

Se denomina ***expresión algebraica*** a la combinación de números y letras vinculadas por una operación. Por ejemplo $-6.w^2$

En dicha expresión algebraica, cada componente recibe un nombre particular:

El valor -6 recibe el nombre de ***coeficiente***
La expresión w^2 recibe el nombre de ***parte literal***, en donde w es la ***variable***
En este caso, la operación que las vinculan son el producto y la potenciación

El punto que indica la multiplicación suele no escribirse, por lo que $-6.w^2 = -6w^2$

5) Completar el siguiente cuadro:

	Coeficiente	Parte literal	Variable
$-2t$			
$3w^5$			
$20h^6$			
$-\frac{2}{5}p$			
			t
	-8	r^4	

Operaciones con expresiones algebraicas:

Suma y resta:

Para sumar o restar expresiones algebraicas solo podremos hacerlo si estamos en presencia de ***expresiones semejantes***. Dos o más expresiones son semejantes cuando tienen la misma parte literal. Por ejemplo:

$2h^6 \ y \ -5h^6 \ son \ semejantes$
$2h^6 \ y \ 6h \ no \ son \ semejantes \ (deben \ tener \ misma \ potencia)$
$2h^6 \ y \ 2k^6 \ no \ son \ semejantes \ (deben \ tener \ misma \ variable \ y \ potencia)$

Para sumar dos o más expresiones algebraicas que verifiquen ser semejantes, se procede sólo operando los coeficientes, es decir, las partes literales no se operan. Por ejemplo:

$-2d^2 + 7d^2 = 5d^2$

En caso de tener alguna expresión que no sea semejante, se deja indicada la suma:

$3w^3 + 5h^2 - 7w^3 = 5h^2 - 4w^3$

6) Realizar las siguientes operaciones con expresiones algebraicas:

a) $-3t^2 - 5t^2 + 18t^2 =$
b) $w^5 - 9w^5 =$
c) $-y^4 - 5y^5 + 16y^4 =$
d) $-3h^2 + 3h^2 =$
e) $z^2 - 20z^2 + 18z^2 =$
f) $-13p^2 - 15p^3 + 8p^4 =$
g) $-5o^2 - 14o^2 =$
h) $m - 5m^2 + 12m^2 =$

Producto y cociente:

Cuando multiplicamos expresiones algebraicas, se multiplican entre sí los coeficientes (con su signo) y las partes literales. Por ejemplo:

$4t^2.(-2t^3) = -8t^5$

- *Los coeficientes se multiplicaron entre sí:* $4.(-2) = -8$
- *Las partes literales se multiplicaron entre sí:* $t^2.t^3 = t^{2+3} = t^5$ *(en este caso, al tener la misma variable, se aplica propiedad de potencias de igual base y se suman los exponentes)*

Veamos otro ejemplo:
$-2w^3.3t^2 = -6w^3t^2$

En este caso, solo se pudo operar entre los coeficientes pero en las partes literales queda indicado el producto.

Con el cociente sucede algo similar:

$-10f^6:(-2f^2) = 5t^4$

- *Los coeficientes se dividieron entre sí:* $-10.(-2) = 5$
- *Las partes literales se dividieron entre sí:* $f^6.f^2 = f^{6-2} = f^4$ *(en este caso, al tener la misma variable, se aplica propiedad de potencias de igual base y se restan los exponentes)*

7) Reducir a la mínima expresión:

a) a . a =
b) m + m =
c) r – r =
d) t : t =
e) 5e – 3e =
f) 6b . $2b^2$ =
g) n.n^3 =
h) $20h^6$: 5h =
i) $2w^4 + 6w^4$ =

8) Colocar V o F según corresponda:

a) $2x + 3x + x = 5x$
b) $x - x = 1$
c) $0.x = 0$
d) $2x^2 + 3x^2 = 5x^4$
e) $x + x = x^2$
f) $x.x^3 = x^4$
g) $2x^3 - 3x^2 = -1x$
h) $x.x.x = 3x$

9) Operar con las siguientes expresiones algebraicas y reducirlas a la mínima expresión:

a) $3x^2 - 2(x^2 - 5) =$
b) $(3x^2 - 3).(2x - 4) =$
c) $-2(x^5 - 2) =$
d) $(-2x^3 - 8).(2x^4 - 6) =$
e) $(-x^3 - 7).(x^4 - 3) =$
f) $5.(x^2 - 3).(x^3 - 2)$

<u>Potencia:</u>

Al potenciar una expresión algebraica, se debe recurrir a las propiedades de dicha operación, así, por ejemplo:

$(-6t^2)^3 = -216t^6$

- *Como la potencia es distributiva respecto del producto, se eleva cada factor al cubo, es decir:*

$(-6)^3 = -216 \quad y \quad (t^2)^3 = t^6$

En este último caso se aplica la propiedad de potencia de potencia y se multiplican los exponentes.

10) Resolver las siguientes potencias de expresiones algebraicas:

a) $(-2w^3)^2 =$
b) $(-3t^3)^3 =$
c) $(-s^4)^4 =$
d) $(2k^4)^5 =$
e) $(-5n^3)^2 =$
f) $(-3y^2)^4 =$
g) $(-r^3)^7 =$
h) $(-2p^2)^7 =$

<u>En resumen:</u>

Cuando sumo o resto	Cuando multiplico o divido	Cuando potencio o radico
Solamente se operan entre sí las expresiones semejantes, es decir la que poseen la misma parte literal (variable y exponente) Ejemplo: $2w^4 - 5w^2 - 7w^4 = -5w^4 - 5w^2$ En caso que no se pueda realizar la operación, se deja expresado de la misma manera: $5p^7 + 4p^2 = 5p^7 + 4p^2$	Los coeficientes se multiplican o dividen entre sí, y si las partes literales tiene la misma variable, se aplica propiedades de potenciación, si no la tienen se deja expresado el producto o cociente: Ejemplos: $-2t^4.\left(-5t^2\right) = 10t^6$ Los exponentes se suman porque hay multiplicación y tienen la misma base (t) $8t^7 : \left(-4t^2\right) = -2t^5$ Los exponentes se restan porque hay división y tienen la misma base (t) $8t^7 : \left(-3t^2\right) = -\frac{8}{3}t^5$ Cuando la división no da resultado entero lo dejo expresado como fracción. $2t^7.\left(-4w^2\right) = -8t^7.w^2$ Se multiplican los números entre sí y las partes literales quedan expresadas como producto. $2t^7 : \left(-2w^2\right) = -\frac{1t^7}{w^2}$ Se hace el cociente entre los coeficientes y se deja expresado el cociente entre las partes literales.	Se aplica la propiedad distributiva de la potencia o la raíz respecto del producto y cociente. En el caso de la potenciación se elevan coeficiente y parte literal a la potencia indicada. Ejemplo: $(5.q^3)^2 = (5)^2.(q^3)^2 = 25q^6$ En la parte literal se aplica la propiedad de “potencia de potencia” en donde se multiplican los exponentes. En el caso de la radicación, se aplica un procedimiento similar: $\sqrt[3]{8.r^6} = \sqrt[3]{8}.\sqrt[3]{r^6} = 2.r^2$ En el caso de la parte literal se aplica la propiedad $\sqrt[n]{a^m}$ = se simplifican el índice y el exponente.

Ecuaciones

*Se denomina **Ecuación** a toda igualdad en donde aparece por lo menos un valor desconocido llamado **incógnita**.*
***Resolver** una ecuación significa encontrar el o los valores que hacen verdadera la igualdad.*
***Verificar** una ecuación consiste en reemplazar el o los valores encontrados en ella para comprobar si la igualdad se cumple. El valor o los valores encontrados forman el **conjunto solución**.*

Ejemplos:

$3x+5=17 \longrightarrow$ El número que verifica es 4, entonces $S=\{4\}$

$x+1=x \longrightarrow$ Ningún número verifica la ecuación, entonces $S=\varnothing$

$x+x=2x \longrightarrow$ Cualquier número real verifica la ecuación: $S: Z$

11) Leer las siguientes situaciones y ***plantear la ecuación*** que corresponda en cada caso.

a) Natalia dijo: La mitad de un número más 3 es igual a 39. ¿Cuál es el número?

b) El triple de la edad de Abril disminuida en 2 es 97 años. ¿Cuál es la edad de Abril?

c) Paula tenía un dinero ahorrado, y le regalaron $50 más. Si duplicó la nueva cantidad de dinero que tiene, le alcanza justo para comprarse las zapatillas que le gustan y que valen $580. ¿Cuánto dinero tenía ahorrado Paula?

Ecuaciones de primer grado con números enteros:

Para resolver ecuaciones con números enteros, se aplican los mismos procedimientos que en las ecuaciones con naturales. Solo hay que prestar atención en algunas cuestiones:

Ejemplos: a)

$15-2x=3$

$-2x=3-15$ agrupamos convenientemente y operamos

$-x=-12:(-2)$ el valor -2 pasa dividiendo ***con su signo***, y se coloca entre paréntesis para no confundir signo con operación

$x=6$

b)

$2-3\,.\,(x-4)=-7$

$2-3x+12=-7$ se aplica propiedad distributiva con el valor -3, respetando le regla de signos

$-3x=-7-2-12$ agrupamos convenientemente

$-3x = -21$ El valor -3 pasa dividiendo conservando su signo

$x = -21 : (-3)$

$x = 7$

12) Resolver las siguientes ecuaciones:

a) $3 . (x + 4) = -3$
b) $2x + 10 = 28$
c) $x : (-8) = 32$
d) $3x : (-2) = -48$
e) $x : 2 + 5 = -3 . (-4) + 3.8$
f) $-4 . (5 - 12) - 2x = 72 : (-9) - 12 : 3$
g) $(-7 - 9) : (-4) = x : (-4)$
h) $(2 - x) . (-5) = -25$
i) $x : (-1 - 5) = (7.2 + 4) : (-6)$
j) $3x : (-5) = 6 . (-3) + 3 . (-4)$
k) $-4x - 8 = 28$
l) $-3(x - 4) + 1 = -8$
m) $-5x = 98 + 2x$
n) $28 - 2x + 3 = -3x$
o) $6 - 5x = -2 + 2 . (7 - 11) - 3x$
p) $2x - 17 = 5x + 10$
q) $-8x - 10 + 2x = 5x - 3x + 6$
r) $10 = 15 - 5x$
s) $x - 8 = 4 - x$
t) $3x - 10 = 18 - x$
u) $7x + 8 = 3x - 4$
v) $-2 - 3x + 5 = -5 - 8x + x$
w) $x - 2 = -3 - 2x - 8$
x) $4 - 2 . (3 - x) + 5x - 7 = 12x - 9$
y) $(9x + 6) : 3 + 2 = 13$
z) $(8x - 6) : 2 = 3x - (6 - 2x) + 7$

<u>Ecuaciones con potencias y raíces</u>

Para resolver ecuaciones donde la incógnita está elevada a diferentes potencias o afectada por alguna raíz, se debe tener en cuenta las siguientes propiedades:

- **Si la incógnita tiene un exponente par, la ecuación tendrá 2 soluciones**

Recordemos algunas cuestiones ya vistas

El módulo o valor absoluto de un número, es la distancia que este conserva respecto del cero. Así, por ejemplo si queremos determinar qué valor tendrá como módulo 8, podremos plantear la siguiente ecuación:

$$\boldsymbol{|x| = 8}$$ la cual posee dos soluciones,

$$\boldsymbol{x_1 = 8 \quad o \quad x_2 = -8}$$

Existe otra forma de definir el módulo y es de la siguiente manera

$\sqrt{x^2} = |x|$

¿Por qué se da esto? Veamos un ejemplo:

$\sqrt{(-5)^2} = \sqrt{25} = 5$ Si resolvemos la potencia y luego aplicamos la raíz, llegamos a esta otra solución.

Podemos usar la simplificación, pero para que se verifique la igualdad en la primera basta con colocar las barras de módulo, es decir:

$$\boldsymbol{\sqrt[\cancel{2}]{(-5)^{\cancel{2}}} = |-5| = 5}$$

De ahora en más, cuando estemos en presencia de esta situación, debemos colocar las barras de módulo.

Veamos su aplicación a las ecuaciones:

$x^2 = 49$

$\sqrt{x^2} = \sqrt{49}$

$$|x| = 7$$

$$\boldsymbol{S = \{-7; 7\}}$$

Otro ejemplo:

$(2x-1)^2 = 25$

$\sqrt{(2x-1)^2} = \sqrt{25}$

Para eliminar la potencia, aplicamos raíz a ambos miembros

$|2x-1| = 5$

Aparecen las barras de módulo. Eso da lugar a dos posibilidades, dado que si el módulo de alguna expresión es cinco, se deduce que dicha expresión vale 5 o -5

$2x-1=5$	$o \quad 2x-1=-5$	
$2x-1=5$	$2x-1=-5$	
$2x=5+1$	$2x=-5+1$	
$2x=6$	$2x=-4$	
$x=3$	$x=-2$	

$\boldsymbol{S} = \{\mathbf{-2;3}\}$

Se resuelven las dos ecuaciones por separado, dando lugar a dos posibles soluciones.

- Si la incógnita tiene un exponente impar, la ecuación tendrá 1 solución.
- Si la incógnita está afectada por una raíz, está pasara al otro miembro como potencia.

Ejemplos:

$x^3 = 125$	$\sqrt{x} = 12$
$x^3 = \sqrt[3]{125}$	$\sqrt{x} = 12^2$
$x = 5$	$x = 144$
$\boldsymbol{S} = \{\mathbf{5}\}$	$\boldsymbol{S} = \{\mathbf{144}\}$

13) Hallar el ***conjunto solución*** de las siguientes ecuaciones y verificar los resultados:

a) $x^2+5=174$

b) $x^2-3=78$

c) $2x^2-1=49$

d) $\frac{x^2}{3}+8=20$

e) $\sqrt{x}-1=7$

f) $3x^3=375$

g) $5x^5=-160$

h) $x^4-50=-34$

i) $2.\sqrt{x}=24$

j) $7+\sqrt[5]{x}=6$

k) $\frac{\sqrt[3]{x}}{2}=4$

l) $5x^4+3=83$

14) Hallar el ***conjunto solución*** de las siguientes ecuaciones y verificar los resultados:

a) $2x^2-5=67$
b) $\sqrt[3]{5x+7}=3$
c) $(2x-1)^3=-125$
d) $\sqrt{3x-6}=6$
e) $\sqrt[3]{7x-1}+4=0$
f) $\frac{(3x)^2}{8}+2=20$
g) $(x+2)^2=36$

h) $5+(x-3)^2=30$
i) $2-(2-x)^2=-2$
j) $5-3(x-2)^2=-22$

15) Resolver las siguientes ecuaciones con módulo:

a) $|x|-9=-50:(-2)$
b) $-2^2.(-2)-\sqrt{81}+|x+3|=\sqrt{225}.(-5)-\sqrt{16}$
c) $|x-1|=3$
d) $|x+2|=5$
e) $|x+8|=0$
f) $|7-x|=2$
g) $|2x-5|=7$
h) $|-x-5|=13$
i) $|-2x+8|=-7(-2)$
j) $|2x-4|+|-7+2|=9$

16) Plantear y resolver los siguientes problemas

a) Cuando la mamá de Natalia le preguntó qué nota se había sacado en la evaluación de matemática, ella le contestó: "Si a la nota que me saqué le sumo el número siguiente y a ese resultado lo duplico, logré un 10". ¿Qué nota sacó Natalia?

b) Sabrina, Jimena y Paula cumplen años el mismo día, pero nacieron en tres años consecutivos. Stefanía decidió festejarle sus cumpleaños y hacerle una torta a cada una. Para ello tuvo que comprar 63 velitas. ¿Cuántos años cumple cada una?

c) ¿Qué edad tiene Abril si el doble de la edad que tendrá dentro de 5 años es igual a su edad actual aumentada 23 años?

d) La suma de un número entero y su siguiente es 53. ¿Cuál es el número?

e) En un rectángulo de 68 cm de perímetro, la base es 4 cm mayor que la altura. ¿Cuál es la longitud de la altura?

f) La suma de dos números enteros impares consecutivos es 72 ¿Cuáles son los números?

g) El doble del siguiente de un número es igual al triple de dicho número aumentado en cinco unidades ¿Cuál es el número?

h) La edad de Agustina dentro de 10 años será igual al doble de su edad actual aumentada en cinco años. ¿Cuántos años tiene hoy Agustina?

i) ¿Cuál es la edad de Valentina si en 7 años tendrá la mitad de la edad de su mamá, que tiene 36 años?

j) Regina tiene 30 años. Dentro de dos años, Regina tendrá ocho veces la edad de su hija. ¿Qué edad tiene su hija actualmente?

k) El perímetro de un trapecio isósceles es de 154cm. Si la base mayor es el triple de la menor, y los lados laterales miden 17cm cada uno, calcular la medida de las bases.

l) Magali tiene dos hermanos. Si la hermana tiene $15 menos que Magali, y el hermano el doble que ella y entre los tres suman $325, ¿Cuánto dinero tiene cada uno?

m) Aylen tiene 42 años y tiene tres hijos, de 9, 11 y 14 años. ¿Al cabo de cuánto tiempo la edad de Aylen será igual a la suma de las edades de sus hijos?

n) Rocío tiene 38 años y tiene tres hijos de 10, 12 y 6 años. ¿Cuánto tiempo tendrá que pasar para que la suma de las edades de sus hijos duplique a la edad de Rocío?

Inecuaciones

Una ***inecuación*** es una desigualdad en donde hay por lo menos un valor desconocido. Las inecuaciones se resuelven como las ecuaciones, salvo en el caso en que ***se multiplique o divida por un número negativo***. En dicho caso cambia el sentido de la desigualdad.

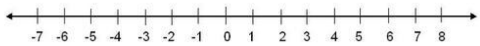
Las desigualdades se representan por los siguientes símbolos:

$<$ menor	$\leq$ menor o igual	$>$ mayor	$\geq$ mayor o igual

Ejemplos:

$$2x + 5 > x - 2$$
$$2x - x > -2 - 5$$
$$x > -7$$

Representación gráfica:



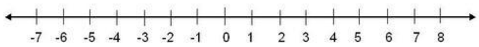
$S = (\dots\dots;\dots\dots)$

Veamos otro ejemplo:

$$-2x + 4 \geq 8$$
$$-2x \geq 8 - 4$$
$$x \leq 4 : (-2)$$
$$x \leq -2$$

se invierte la desigualdad

Representación gráfica:



$S = (\dots\dots;\dots\dots]$

En el primer ejemplo, los números que verifican la desigualdad son los números mayores que -7, es decir todo número que sea más grande que este. Por ejemplo: 7,0001 ; 8; 90, etc,

En el segundo ejemplo el conjunto solución está formado por los números menores o iguales que -2. Observar que en este ejemplo se invirtió la desigualdad al pasar dividiendo el -2

Cuando la desigualdad es mayor o igual o menor o igual, en la representación y en el intervalo solución se utiliza corchete, en cambio sí es mayor o menor se utiliza paréntesis.

$< \ > \ \rightarrow (\quad)$

$\leq \ \geq \ \rightarrow [\quad]$

17) Escribir con desigualdades, los siguientes enunciados. Realizar la verificación con 4 números:

a) x vale a lo sumo 10
b) x vale por lo menos 10
c) x vale menos que 10
d) x vale más que 10
e) x es un numero positivo
f) x es un numero negativo
g) x es un número no positivo
h) x es un número no negativo
i) La mitad de un número es menor que -8
j) El siguiente de un número no supera a 9
k) El anterior de un número es negativo
l) Los números pares menores que 6
m) Los números mayores o iguales a 7

18) Resolver las siguientes inecuaciones. Representar en la recta y escribir el conjunto solución:

a) $-2+6x \leq 28$
b) $5x \geq 20$
c) $2x-5>9$
d) $1-2x \leq 3$
e) $-4x+3 \geq 15$
f) $3-2x-5>7x-2$
g) $2x-3 \leq 3x-10$
h) $3x+2<5x+16$
i) $x-7+8x \leq 11x+9$
j) $4.(x+3)-5 \geq x+1$
k) $\frac{7x+1}{-2} \geq 10$
l) $-3.(2x+3)-4x<31$

19) Plantear y resolver los siguientes problemas:

a) ¿Qué números enteros negativos verifican $x+2>-8$?

b) ¿Cuáles son los números naturales cuyo doble más ocho unidades es menor que 20?

c) ¿Cuáles son los números de dos cifras tales que multiplicados por 7 el producto resulta mayor o igual que 658?

d) ¿Cuáles son los números naturales impares tales que su triplo, disminuido en 5 unidades, es menor que 46?

Cuadrado de un binomio:

Recordemos la siguiente propiedad de potenciación.

"La potenciación es distributiva respecto del producto y el cociente, pero no lo es respecto de la suma y la resta"

Entonces, cuando teníamos una expresión de este tipo:

$(2+3)^2 = 5^2 = 25$

Al no poder distribuir la potencia, se resuelve primero el paréntesis y luego se eleva.
¿Qué pasa cuando tengo letras y no puedo hacer la cuenta dentro del paréntesis?

$(2x+3)^2 = ?$

Pensemos en lo que significa elevar al cuadrado una expresión. Significa multiplicarla dos veces por sí misma.

$(2x+3)^2 = (2x+3).(2x+3)$

Ahora la situación es más conocida, dado que podremos aplicar propiedad distributiva entre estas expresiones.

$(2x+3).(2x+3)$
$2x.2x + 3.2x + 2x.3 + 3.3$
$4x^2 + 6x + 6x + 9$
$4x^2 + 12x + 9$

Observemos que el término $6x$ se repite dos veces

Si llamáramos $a = 2x \; y \; b = 3$ podemos pensarlo de la siguiente manera

$4x^2 + 12x + 9$

$a^2 \qquad + 2a.b \qquad + b^2$

Veamos otro ejemplo:
$(3x-4)^2 =$
$(3x-4).(3x-4) =$
$9x^2 - 12x - 12x + 16$
$9x^2 - 24x + 16$
Si llamáramos $a = 3x \; y \; b = 4$ podemos pensarlo de la siguiente manera

$9x^2 - 24x + 16$

$a^2 \qquad - 2a.b \qquad + b^2$

En general:
$(a+b)^2 = a^2 + 2a.b + b^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2a.b + b^2$

20) Desarrollar los siguientes cuadrados de binomio:

a) $(2x-9)^2 =$
b) $(7-5x)^2 =$
c) $(5x-8)^2 =$
d) $(x-5)^2 =$
e) $(5-3x)^2 =$
f) $(2x-2)^2 =$
$g)\ (1+3x^2)^2 =$
$h)\ (3x^2-5)^2 =$
$i)\ (3a^3-8b^4)^2 =$
$j)\ (3t^3+7)^2 =$
$k)\ (8p^5+2r)^2 =$

21) Operar y reducir a la mínima expresión:

a) $3x^2-(x^3-5)^2$
b) $(1+3x^3)^2+3.(6x^3)^2 =$
c) $-15x^2-2.(2x-3)^2 =$
d) $-15x^4-5.(6x^2-3)^2 =$
e) $(7x-3)^2-(3x-1).(5x-5) =$
f) $-2.(4x+2)^2-(x-8).(-5x-4) =$

CLAVE DE RESPUESTAS

EJERCICIO 1

a) -7	b) -8	c) -28	d) -5
e) -12	f) -9	g) 169	h) -27
i) 24	j) -24	k) 113	l) -5
m) 140	n) 49		

EJERCICIO 4	EJERCICIO 6	EJERCICIO 7	EJERCICIO 8
a) b = 10	a) $10t^2$	a) a^2	a)F
b) n = -3	b)$-8w^5$	b) 2m	b)F
c) r = -8	c)$15y^4 -5y^5$	c) 0	c)V
d) t = 0	d)0	d) 1	d)F
e) h = -1	e)$-z^2$	e) 2e	e)F
f) d = -5	f)$-13p^2 -15p^3 +8p^4$	f) $12b^3$	f)V
	g) $-19o^2$	g)n^4	g)F
	h) $m + 7m^2$	h)$4h^4$ i) $8w^4$	h)F

EJERCICIO 9	EJERCICIO 10	EJERCICIO 11
a) x^2+10	$a)\ 4w^6$	$a)\ x=72$
b) $6x^3-12x^2-6x+12$	$b)\ -27t^9$	$b)\ x=33$
c) $-2x^5+4$	$c)\ s^{16}$	$c)\ x=240$
d) $-4x^7-16x^4+12x^3+48$	$d)\ 32k^{20}$	
e) $-x^7-7x^4+3x^3+21$	$e)\ 25n^6$	
f) $5x^5-15x^3-10x^2+30$	$f)\ 81y^8$	
	$g)\ -r^{21}$ $h)\ -128p^{14}$	

EJERCICIO 12

a) $S = \{-5\}$	$f)$ $S = \{20\}$	k) $S = \{-9\}$	$p)$ $S = \{-9\}$	u) $S = \{-3\}$
b) $S = \{9\}$	g) $S = \{-16\}$	l) $S = \{7\}$	q) $S = \{-2\}$	v) $S = \{-2\}$
c) $S = \{-256\}$	h) $S = \{-3\}$	m) $S = \{-14\}$	r) $S = \{1\}$	w) $S = \{-3\}$
d) $S = \{32\}$	i) $S = \{18\}$	n) $S = \{-31\}$	s) $S = \{6\}$	x) $S = \{0\}$
e) $S = \{62\}$	j) $S = \{50\}$	0) $S = \{8\}$	t) $S = \{7\}$	y) $S = \{3\}$ $z)$ $S = \{-4\}$

EJERCICIO 13

a) $S = \{-13; 13\}$	$d)$ $S = \{-6; 6\}$	$g)$ $S = \{-2\}$	$j)$ $S = \{-1\}$
b) $S = \{-9; 9\}$	*e)* $S = \{64\}$	h) $S = \{-2; 2\}$	k) $S = \{512\}$
c) $S = \{-5; 5\}$	*f)* $S = \{5\}$	$i)$ $S = \{144\}$	*l)* $S = \{-2; 2\}$

EJERCICIO 14

a) $S = \{-6; 6\}$	b) $S = \{4\}$	c) $S = \{-2\}$	d) $S = \{14\}$	e) $S = \{-9\}$
f) $S = \{-4; 4\}$	g) $S = \{-8; 4\}$	h) $S = \{-2; 8\}$	i) $S = \{0; 4\}$	j) $S = \{5; -1\}$

EJERCICIO 15

a) $S = \{-34; 34\}$	b) $S = \{\emptyset\}$	c) $S = \{-2; 4\}$	d) $S = \{-7; 3\}$	e) $S = \{-8\}$
f) $S = \{5; 9\}$	g) $S = \{-1; 6\}$	h) $S = \{-18; -8\}$	i) $S = \{-3; 11\}$	j) $S = \{0; 4\}$

EJERCICIO 16

a) Sacó un dos	b) Sabrina 20años, Jimena 21 y Paula 22
c) 13 años	d) 26
e) 15 cm	f) 35 y 37
g) -3	h) 5 años
i) 11 años	j) 4 años
k) 30 cm y 90 cm	l) $85, $70 y $170
m) 4 años	n) 16 años

EJERCICIO 18

$a)$ $S = (-\infty; 5]$	$b)$ $S = [4; \infty)$	$c)$ $S = (7; \infty)$
$d)$ $S = [-1; \infty)$	$e)$ $S = (-\infty; -3]$	$f)$ $S = (-\infty; 0)$
$g)$ $S = [7; \infty)$	$h)$ $S = (-7; \infty)$	$i)$ $S = [-8; \infty)$
$j)$ $S = [-2; \infty)$	$k)$ $S = (-\infty; -3)$	$l)$ $S = (4; \infty)$

EJERCICIO 19

a) $S = \{-9; -8; -7; -6; -5; -4; -3; -2; -1\}$	b) $S = \{1; 2; 3; 4; 5\}$
c) $S = \{94; 95; 96; 97; 98; 99\}$	d) $S = \{1; 3; 5; 7\}$

EJERCICIO 20	EJERCICIO 21
$a)$ $4x^2 - 18x + 81$	$a)$ $-x^6 + 10x^3 + 3x^2 - 25$
$b)$ $4 - 70x + 25x^2$	$b)$ $117x^6 + 6x^3 + 1$
$c)$ $25x^2 - 80x + 64$	$c)$ $-23x^2 + 24x - 18$
$d)$ $x^2 - 10x + 25$	$d)$ $-195x^4 + 180x^2 - 45$
$e)$ $25 - 30x + 9x^2$	$e)$ $34x^2 - 22x + 4$
$f)$ $4x^2 - 8x + 4$	$f)$ $-27x^2 - 68x - 40$
$g)$ $4x^2 - 18x + 81$	
$h)$ $9x^4 - 30x^2 + 25$	
$i)$ $9a^6 - 48a^3b^4 + 64b^8$	
$j)$ $9t^6 + 42t^3 + 49$	
$k)$ $64p^{10} + 32p^5r + 4r^2$	